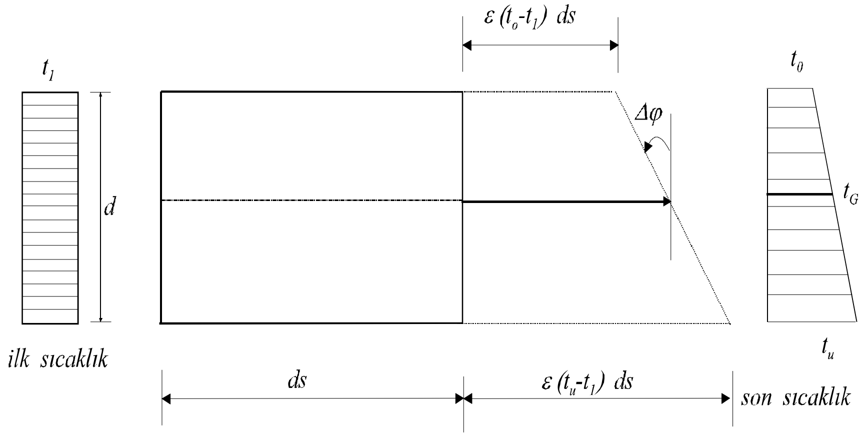
SICAKLIK DEĞİŞMESİ VE MESNET ÇÖKMELERİNE GÖRE HESAP

Dış etki olarak göz önüne alınan sıcaklık değişimi ve mesnet çökmeleri, hiperstatik sistemlerde şekildeğiştirme ile birlikte kesit zoru da meydana getirir.

<u>Sıcaklık Değişimi:</u>

Tanımlar:

ε	Uzama (genleşme) katsayısı (beton ve çelikte : $\varepsilon = 10^{-5}$ m/m^{0}C)
d	Kesit yüksekliği
t_1	İlk sıcaklık
t_o	Üst liflerdeki son sıcaklık
t_u	Alt liflerdeki son sıcaklık
t_G	Çubuk eksenindeki son sıcaklık



Yapı sistemlerinin hesabında iki tür sıcaklık değişimi söz konusudur.

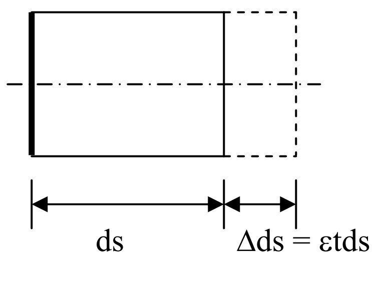
- (t) Düzgün sıcaklık değişmesi
- (Δt) Farklı sıcaklık değişmesi

<u>Düzgün sıcaklık değişmesi, (t):</u>

Düzgün sıcaklık değişmesi, çubuk eksenindeki sıcaklık değişmesidir. ($t = t_G - t_1$)
Düzgün sıcaklık değişmesinden dolayı çubuk elemanda yalnız boy değişmesi meydana gelir.

$\Delta ds = \varepsilon\, t ds$

$$\boxed{\frac{\Delta ds}{ds} = \varepsilon\, t}$$

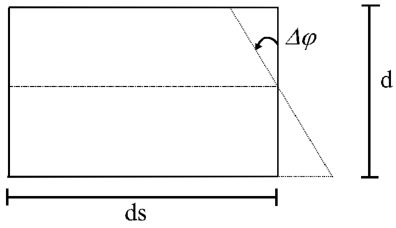


Farklı sıcaklık değişmesi, (Δt):

Farklı sıcaklık değişmesi çubuğun alt ve üst lifler arasındaki sıcaklık farkıdır. ($\Delta t = t_o - t_u$)

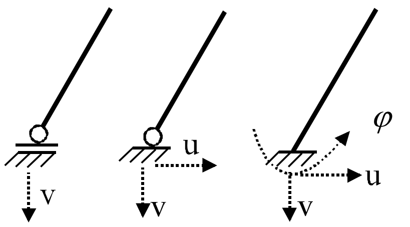
Farklı sıcaklık değişmesinden dolayı çubuk elemanda yalnız dönme oluşur.

$$\boxed{\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{\varepsilon\,\Delta t}{d}}$$



Mesnet Çökmeleri:

Mesnet çökmeleri mesnetlerde meydana gelen ve mesnetin tanımına uymayan yerdeğiştirmelerdir.



u,v : Doğrulsal (lineer) mesnet çökmeleri (m),
φ : Açısal mesnet çökmesi (radyan)

Hiperstatik sistemlerin Kuvvet Yöntemi ile hesabında dış etki olarak sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmelerinin göz önüne alınması durumunda aşağıda verilen yol izlenir.

Süperpozisyon Denklemleri:

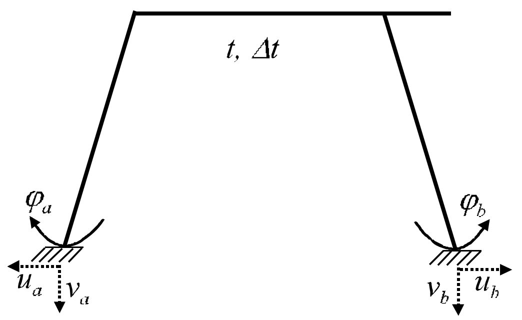
Hiperstatik sisteme dış etki olarak sıcaklık değişmesi ve/veya mesnet çökmelerinin etkimesi halinde süperpozisyon denklemlerinde kavramsal olarak herhangi bir değişiklik yoktur. Ancak İzostatik sistemlerde sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmelerinden dolayı kesit zoru meydana gelmediği için, İES de dış etkilerden (sıcaklık değişmesi ve /veya mesnet çökmesi) meydana gelen $M_0 \equiv N_0 \equiv T_0$ dır. Bu durumda süperpozisyon denklemleri:

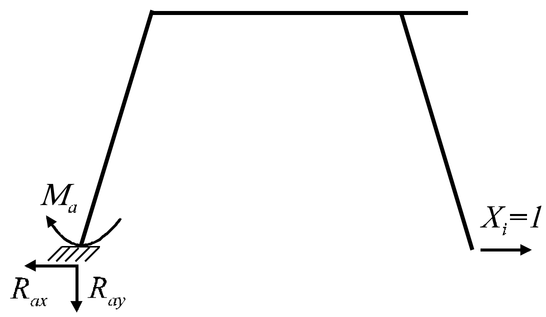
$$\begin{aligned} M &= M_1 X_1 + M_2 X_2 + \cdots\cdots\cdots\cdots + M_n X_n \\ N &= N_1 X_1 + N_2 X_2 + \cdots\cdots\cdots\cdots + N_n X_n \\ T &= T_1 X_1 + T_2 X_2 + \cdots\cdots\cdots\cdots + T_n X_n \\ R &= R_1 X_1 + R_2 X_2 + \cdots\cdots\cdots\cdots + R_n X_n \end{aligned}$$

şeklini alır.

(i) Sayılı Süreklilik Denkleminin Yazılması

Sistemde dış etki olarak sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmeleri bulunması hali.





Hiperstatik sistem
(Virtüel şekildeğiştirme durumu)

İzostatik esas sistemde $X_i=1$ durumu
(Yükleme durumu)

	Hiperstatik Sistem (Dış Etki-Sıcaklık Değişimi, Mesnet Çökmesi)	İzostatik Esas Sistem ($X_i=1$ Durumu)
Kesit Zorları :	M, N, T	M_i, N_i, T_i
Şekildeğiştirmeler :	$\frac{\Delta\varphi}{ds}=\frac{M}{EI}+\frac{\varepsilon\ \Delta t}{d}$ $\frac{\Delta ds}{ds}=\frac{N}{EF}+\varepsilon\ t$ $\frac{\Delta v}{ds}=\frac{T}{GF'}$	

Virtüel İş Teoremi: $\boxed{\text{İç Kuvvetlerin İşi = Dış Kuvvetlerin İşi}}$

$$\int M_i M \frac{ds}{EI} + \int N_i N \frac{ds}{EF} + \int T_i T \frac{ds}{GF'} + \underbrace{\int M_i \frac{\varepsilon\ \Delta t}{d} ds + \int N_i \varepsilon\ t ds}_{\delta_{it}} = \underbrace{R_{ax} u_a + R_{ay}\ v_a + M_a\ \varphi_a + 1.u_b}_{J_i}$$

$(i=1,2,3,.........n)$

Kapalı Süreklilik Denklemleri

M, N, T nin süperpozisyon denklemlerindeki ifadeleri kapalı süreklilik denklemlerinde yerine konarak denklem yeniden düzenlenirse,

$$\int M_i (M_1 X_1 + M_2 X_2 + \cdots\cdots + M_n X_n) \frac{ds}{EI} +$$
$$\int N_i (N_1 X_1 + N_2 X_2 + \cdots\cdots + N_n X_n) \frac{ds}{EF} +$$
$$\int T_i (T_1 X_1 + T_2 X_2 + \cdots\cdots + T_n X_n) \frac{ds}{GF'} +$$
$$\int M_i \frac{\varepsilon \ \Delta t}{d} ds + \int N_i \varepsilon \ t ds = \mathrm{R}_{ax} u_a + \mathrm{R}_{ay} \mathrm{v}_a + \mathrm{M}_a \ \varphi_a + 1.\mathrm{u}_b \qquad (\mathrm{i} = 1,2,3,.........\mathrm{n})$$

$$\int M_i \frac{\varepsilon \ \Delta t}{d} ds + X_1 \int M_i M_1 \frac{ds}{EI} + \cdots\cdots\cdots + X_n \int M_i M_n \frac{ds}{EI} +$$
$$\int N_i \varepsilon \ t ds + X_1 \int N_i N_1 \frac{ds}{EF} + \cdots\cdots\cdots + X_n \int N_i N_n \frac{ds}{EF} +$$
$$\underbrace{}_{\delta_{it}} + \underbrace{X_1 \int T_i T_1 \frac{ds}{GF'}}_{\delta_{i1}} + \cdots\cdots\cdots + \underbrace{X_n \int T_i T_n \frac{ds}{GF'}}_{\delta_{in}} = \underbrace{\mathrm{R}_{ax} u_a + \mathrm{R}_{ay} \mathrm{v}_a + \mathrm{M}_a \ \varphi_a + 1.\mathrm{u}_b}_{\mathrm{J}_i}$$

$$\delta_{it} + \delta_{i1} X_1 + \delta_{i2} X_2 + \cdots\cdots + \delta_{in} X_n = J_i \qquad (\mathrm{i} = 1,2,........\mathrm{n})$$

denklemi elde edilir.

Bu denklem de, i=1,2 ......n için açık olarak yazılırsa aşağıda verilen **Açık Süreklilik Denklemleri** elde edilir.

$$\boxed{\begin{array}{l} \delta_{1t} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \cdots\cdots + \delta_{1n} X_n = J_1 \\ \delta_{2t} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \cdots\cdots + \delta_{2n} X_n = J_2 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ \delta_{nt} + \delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \cdots\cdots + \delta_{nn} X_n = J_n \end{array}}$$

Açık Süreklilik Denklemleri

Açık Süreklilik Denkleminde Katsayılar ve Sabitler:

δ_{ij} : Denklem takımının daha önce açıklanan katsayılarıdır.

$$\delta_{ij} = \int M_i M_j \frac{ds}{EI} + \int N_i N_j \frac{ds}{EF} + \int T_i T_j \frac{ds}{GF'}$$

δ_{i0} : Dış yük söz konusu olmadığı için sıfırdır.

Uygulamada genellikle uzama ve kayma şekildeğiştirmeleri, eğilme şekildeğiştirmeleri yanında ihmal edilebilir mertebede olduğundan, δ_{ij} katsayıları daha basit bir şekilde, sadece eğilme momenti diyagramlarına bağlı olarak ifade edilebilir.

$$\delta_{ij} = \int M_i M_j \frac{ds}{EI}$$

δ_{it} : Sıcaklık değişmesinden dolayı X_i bilinmeyeninin uygulama noktasının yerdeğiştirmesidir ve **Sıcaklık Değişmesi Terimi** adını alır.

$$\boxed{\delta_{it} = \int M_i \frac{\varepsilon\ \Delta t}{d} ds + \int N_i \varepsilon\ t ds = \sum_{çubuk} \frac{\varepsilon\ \Delta t}{d} \int M_i ds + \sum_{çubuk} \varepsilon\ t \int N_i ds}$$

şeklinde hesaplanır.

Sistemde dış etki olarak yalnız t düzgün sıcaklık yüklemesi varsa, $\Delta t=0$ olacağı için birinci terim sıfır olur, sadece ikinci terim kalır.
Sistemde dış etki olarak yalnız Δt farklı sıcaklık yüklemesi varsa, t=0 olacağı için ikinci terim sıfır olur ve sadece birinci terim kalır.

J_i : $X_i=1$ yüklemesindeki dış kuvvetlerin (birim yükün ve mesnet tepkilerinin) sistemin verilen mesnet çökmelerinde yaptıkları işlerdir.

$X_i=1$ yüklemesindeki dış kuvvetlerin (birim yükün ve mesnet tepkilerinin) verilen mesnet çökmeleri ile karşılıklı olarak çarpımlarının toplamı olarak hesaplanır.
$J_i = \sum (X_i = 1$ yüklemesindeki dış kuvvetler, (birim yük ve mesnet tepkileri) $\times$ bu kuvvetler doğrultusundaki mesnet çökmeleri)

Hesapta İzlenen Yol

1. İzostatik esas sistem seçilir ve hiperstatik bilinmeyenler belirlenir.

2. Xi=1 yüklemeleri yapılarak M_i diyagramları çizilir. Bu işlem i=1,2,........n kez tekrarlanır. t düzgün sıcaklık değişmesi için hesap yapılıyorsa, M_i diyagramlarına karşı gelen N_i diyagramları da çizilmelidir. (N_i diyagramları, uzama şekildeğiştirmelerinin terk edilmesi durumunda da çizilmelidir)
3. Denklem takımının δ_{ij} katsayıları ile verilmiş olan dış etki durumuna göre, δ_{it} sıcaklık değişmesi terimleri veya J_i mesnet çökmesi terimleri hesaplanır.

Uygulamada, katsayılar matrisinin elemanları EI_c çarpanı ile çarpılmışsa,

$$EI_c\delta_{it} = EI_c\int M_i \frac{\varepsilon\ \Delta t}{d} ds + EI_c\int N_i\varepsilon\ tds = EI_c\left[\sum_{çubuk} \frac{\varepsilon\ \Delta t}{d}\int M_i ds + \sum_{çubuk}\varepsilon\ t\int N_i ds\right]$$

$EI_cJ_i = EI_c\sum(X_i = 1$ yüklemesindeki dış kuvvetler, (birim yük ve mesnet tepkileri) $\times$ bu kuvvetler doğrultusundaki mesnet çökmeleri)

şeklinde, sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmesi sabitleri de EI_c katsayısı ile çarpılmalıdır.

Görüldüğü gibi sıcaklık değişmesine ve mesnet çökmesine göre hesapta, EI_c nin sayısal değerinin bilinmesi gerekmektedir.

4. Denklem takımı kurulur ve çözülerek X_1, X_2, ...X_n hiperstatik bilinmeyenleri belirlenir.

5. Kesit zorları diyagramları çizilir. Bu işlem için iki yoldan yararlanılabilir.
   (i) Süperpozisyon denklemleri kullanılarak ($M=M_1X_1+M_2X_2+.....+M_nX_n$)
   (ii) Hiperstatik bilinmeyenler izostatik esas siteme yüklenerek

   Not: Eğilme momenti diyagramının süperpozisyon ile çizilmesinden sonra, kesme kuvveti diyagramının çubuk denge denklemleri ile, normal kuvvet diyagramının ise düğüm noktası denge denklemleri ile çizilmesi daha uygun olmaktadır.

6. Sonuçlar kontrol edilir. Bunun için Kapalı Süreklilik Denklemleri (KSD) kullanılır. Hiperstatik sistemin M diyagramının kapalı süreklilik denklemlerini %0.5-%1.0 rölatif hata ile sağlaması gerekmektedir.

$$\int M_i M\frac{I_c}{I}ds + \underbrace{EI_c\int M_i\frac{\varepsilon\ \Delta t}{d}ds + EI_c\int N_i\varepsilon\ tds}_{EI_c\ \delta_{it}} = EI_cJ_i \qquad (\mathrm{i}=1,2,3,.........\mathrm{n})$$

$$\int M_i M\frac{I_c}{I}ds + EI_c\delta_{\mathrm{it}} = EI_cJ_i \qquad (\mathrm{i}=1,2,3,........\mathrm{n})$$

Görüldüğü gibi $EI_c\delta_{it}$ ve EI_cJ_i terimleri doğrudan kapalı süreklilik denkleminin içinde yer almaktadır. Buna göre, sıcaklık değişmesi ve mesnet çökmesi terimlerinin hesabında yapılacak bir hata KSD denklemleri ile kontrolda farkedilemeyebilir.